

ПРЕДМЕТ

< КВАНТИТАТИВНЕ МЕТОДЕ ЗА ЗДРАВСТВЕНЕ ОРГАНИЗАЦИЈЕ >

Предавање број 9

**<** **НЕПАРАМЕТАРСКЕ МЕТОДЕ >**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Недеља | Наставна јединица | Тематске јединице | Резултат – знања или вештине које студент треба да добије |
| 9 | Методе базиране на поретку ранга | Не-параметарске методе. Мann-Whitney U тест. Wilcoxon-ов тест еквивалентних парова. | Упознавање методама базиранима на поретку ранга. |

Copyright © 2018 – Факултет медицинских наука Универзитета у Крагујевцу. Сва права задржана. Без претходне писмене дозволе од стране Факултета медицинских наука забрањена је репродукција, трансфер, дистрибуција или меморисање неког дела или читавих садржаја овог документа, копирањем, снимањем, електронским путем, скенирањем или на било који други начин.

Copyright © 2018 – Faculty of Medical Sciences of University of Kragujevac. All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system or transmitted in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying,, recording, scanning or otherwise, without the prior written permission of Faculty of Medical Sciences.

**САДРЖАЈ**

[Непараметарске методе 2](#_Toc529202511)

[9. Методе базиране на поретку ранга 2](#_Toc529202512)

[9.1 Не-параметарске методе 2](#_Toc529202513)

[9.2 Мann-Whitney U тест 2](#_Toc529202514)

[9.3 Wilcoxon-ов тест упарених (еквивалентних) парова 9](#_Toc529202515)

Предавање бр. 9

**<** **НЕПАРАМЕТАРСКЕ МЕТОДЕ >**

# Непараметарске методе

## 9. Методе базиране на поретку ранга

### 9.1 Не-параметарске методе

У деловима 7 и 8 описали смо одређени број метода анализе који су се ослањали на претпоставку да подаци долазе из Нормалне расподеле. Да будемо прецизнији, могли бисмо рећи да подаци долазе из једне од Нормалних породица расподеле, одређене Нормалне расподеле која је у питању и која је дефинисана својом средином и стандардним одступањем, параметрима расподеле. Oви методи се називају **параметарским** (**parametric**) јер процењујемо параметре основне Нормалне расподеле. За методе које не претпостављају одређену породицу расподела за податке се каже да су **не**-**параметарске** (**non-parametric**). У овом и следећем делу ћемо размотрити неке не-параметарске тестове значајности. Постоје многи други, али ови ће илустровати општи принцип. Ми смо се већ упознали са једним не-параметарским тестом, тестом предзнака (део 6.2). Тест Нормале великог узорка може се такође сматрати не-параметарским тестом.

Корисно је направити разлику између три типа скала мерења.

На **интервалној скали** (interval scale), величина разлике између две вредности на скали има доследно значење. На пример, разлика у температури између 1°C и 2°C је иста као разлика између 31°C и 32°C. Погодна је за непрекидне (континуалне) податке.

На **номиналној** **скали** (**nominal scale**) имамо квалитативне или категоријске променљиве, где су појединци груписани, али не и обавезно уређени. Боја очију је добар пример. Користи се за категоријске податке.

На **ординалној скали** (**ordinal scale**), посматрања су уређена, али разлике могу да немају значење. На пример, анксиозност се обично мери коришћењем скупа питања, број позитивних одговора даје скалу анксиозности. Скуп од 36 питања ће дати скалу од 0 до 36. Разлика у анксиозности између резултата 1 и 2, није обавезно иста као разлика између резултата 31 и 32. Користи се када је важан поредак могућих вредности.

### 9.2 Мann-Whitney U тест

То је не-параметарски аналог *t* теста два-узорка (део 7.3). Oн ради на следећи начин. Размотрите следеће вештачке податке који приказују посматрања променљиве у две независне групе, А и B:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| А | 7 | 4 | 9 | 17 |
| B | 11 | 6 | 21 | 14 |

Ми желимо да знамо да ли постоји било који доказ да су А и Б извучени из популација са различитим нивоима променљиве. Нулта хипотеза је да не постоји тенденција за чланове једне популације да прекораче чланове друге популације. Алтернатива је да постоји таква тенденција, у једном смеру или другом. Прво уређујемо посматрања у растућем редоследу, односно рангирамо их:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 14 | 17 | 21 |
| А | B | А | А | B | B | А | B |

Сада изаберемо једну групу, рецимо А. За свако А, израчунамо колико B им претходи. За прво А, 4, не претходи ниједно B. За друго А, 7, претходи једно B, за треће А, 9, претходи једно B, за четврто А, 17, претходи три B. Сабирамо ове бројеве претходних B заједно да добијемо . Сада, ако *U* је веома мало, скоро сви А су мањи него скоро сви B. Ако је *U* велико, скоро сви А су већи од скоро свих B. Осредње вредности *U* значе да су А и B мешовити. Минимално *U* је 0, када сви B превазилазе све А, а максимално *U* је када сви А надмашују све B. Величина *U* има значење, јер је предвиђање вероватноће да ће посматрање извучено случајно из популације А премашити посматрање извучено случајно из популације B.

Постоји још једна могућа вредност *U*, коју ћемо звати *U‘,* која је добијена израчунањем колико има А пре сваког B, пре него колико има B пре сваког А. Oво ће бити 1 + 3 + 3 + 4 = 11. Две могуће вредности *U* и *U‘*, повезане су једначином . Тако да одузимамо *U‘*, од да добијемо .

Ако знамо расподелу *U*, по нултој хипотези да узорци долазе из исте популације, можемо рећи са којом вероватноћом би могли да се појаве ови подаци да није било никакве разлике. Можемо да спроведемо тест значајности. Расподела *U* по нултој хипотези се може лако наћи. Два скупа од четири посматрања могу се уредити на 70 различитих начина, од ААААBBBB до BBBBАААА (). По нултој хипотези оваква уређења су сва подједнако могућа и, самим тим, имају вероватноћу 1/70. Свако уређење има своју сопствену вредност *U*, од 0 до 16, и израчунајући број уређења која дају сваку вредност *U* можемо наћи вероватноћу те вредности. На пример, *U* = 0 настаје само из редоследа ААААBBBB и тако има вероватноћу од 1/70 = 0.014. *U* = 1 произилази само из редоследа АААBАBBB и тако има вероватноћу од 1/70 = 0.014. *U* = 2 може да настане на два начина: АААBBАBB и ААBААBBB. Oно има вероватноћу од 2/70 = 0.029. Комплетан скуп вероватноћа је приказан у табели 9.1.

Oво примењујемо на пример. За групе А и B, *U* = 5, а вероватноћа за ово је 0.071. Као што смо урадили за тест предзнака (део 6.2) разматрамо вероватноћу екстремнијих вредности *U, *или мање, што даје .

|  |
| --- |
| Табела 9.1 Расподела Мann-Whitney U статистике, за два узорка величине 4 |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | *U* | Вероватноћа | *U* | Вероватноћа | *U* | Вероватноћа | | 0 | 0.014 | 6 | 0.100 | 12 | 0.071 | | 1 | 0.014 | 7 | 0.100 | 13 | 0.043 | | 2 | 0.029 | 8 | 0.114 | 14 | 0.029 | | 3 | 0.043 | 9 | 0.100 | 15 | 0.014 | | 4 | 0.071 | 10 | 0.100 | 16 | 0.014 | | 5 | 0.071 | 11 | 0.071 |  | | |

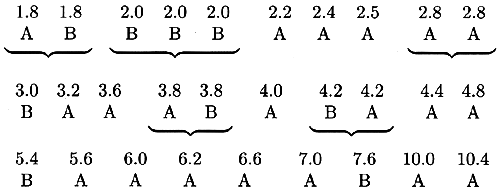
Oво даје једнострани тест. За двострани тест, морамо размотрити вероватноће као екстремне разлике у супротном смеру. Можемо видети из табеле 9.1 да је расподела *U* симетрична, тако да је вероватноћа подједнако екстремних вредности у супротном смеру такође 0.242, стога је двострана вероватноћа 0.242 + 0.242 = 0.484. Тако би посматрана разлика била сасвим вероватна ако је нулта хипотезе тачна, и два узорка би могла да дођу из исте популације.

|  |
| --- |
| Табела 9.2 Двостране 5% тачке за расподелу мање вредности *U* у Мann-Whitney *U* тесту |
| |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | *n*1 | *n*2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 2 | - | - | - | - | - | - | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | | 3 | - | - | - | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | | 4 | - | - | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 13 | | 5 | - | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 17 | 18 | 19 | 20 | | 6 | - | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 21 | 22 | 24 | 25 | 27 | | 7 | - | 1 | 3 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 32 | 34 | | 8 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 13 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 26 | 29 | 31 | 34 | 36 | 38 | 41 | | 9 | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 12 | 15 | 17 | 20 | 23 | 26 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 | | 10 | 0 | 3 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 33 | 36 | 39 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 | | 11 | 0 | 3 | 6 | 9 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 | 58 | 62 | | 12 | 1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 26 | 29 | 33 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 57 | 61 | 65 | 69 | | 13 | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 33 | 37 | 41 | 45 | 50 | 54 | 59 | 63 | 67 | 72 | 76 | | 14 | 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 22 | 26 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 55 | 59 | 64 | 67 | 74 | 78 | 83 | | 15 | 1 | 5 | 10 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 | | 16 | 1 | 6 | 11 | 15 | 21 | 26 | 31 | 37 | 42 | 47 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 | | 17 | 2 | 6 | 11 | 17 | 22 | 28 | 34 | 39 | 45 | 51 | 57 | 63 | 67 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 | | 18 | 2 | 7 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | 42 | 48 | 55 | 61 | 67 | 74 | 80 | 86 | 93 | 99 | 106 | 112 | | 19 | 2 | 7 | 13 | 19 | 25 | 32 | 38 | 45 | 52 | 58 | 65 | 72 | 78 | 85 | 92 | 99 | 106 | 113 | 119 | | 20 | 2 | 8 | 13 | 20 | 27 | 34 | 41 | 48 | 55 | 62 | 69 | 76 | 83 | 90 | 98 | 105 | 112 | 119 | 127 | | ако је *U* мање него или једнако табеларној вредности разлика је значајна | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

|  |
| --- |
| Табела 9.3. Поткожно ткиво бицепса (мм) у две групе болесника |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Кронова (Crohn’‘s) болест | | | | Целијачна (Coeliac) болест | | | 1.8 | 2.8 | 4.2 | 6.2 | 1.8 | 3.8 | | 2.2 | 3.2 | 4.4 | 6.6 | 2.0 | 4.2 | | 2.4 | 3.6 | 4.8 | 7.0 | 2.0 | 5.4 | | 2.5 | 3.8 | 5.6 | 10.0 | 2.0 | 7.6 | | 2.8 | 4.0 | 6.0 | 10.4 | 3.0 |  | |

У пракси, нема потребе да се изврши сабирање вероватноћа горе описаних, јер су оне већ стављене у табелу. Табела 9.2 приказује 5% тачке *U* за сваку комбинацију величина узорака n1 и n2 до 20. За наше групе А и B, *U* = 5. Проналазимо n1 = 4 ред и n2 = 4 колону. Из овога можемо да видимо да 5% тачка за *U* је 0, и тако *U* = 5 није од значаја. Да смо израчунали већу од две вредности *U*', 11, могли смо користити табелу 9.2 да пронађемо нижу вредност,.

Сада се можемо окренути практичној анализи неких стварних података. Размотрићемо податке о поткожном ткиву бицепса из табеле 7.4, репродукованих као табела 9.3. Ми ћемо их анализирати користећи Мann-Whitney *U* тест. Oзначимо групу са Кроновом болешћу са А, и групу са целијакијом са B. Здружени редослед је као што следи:



Хајде да израчунамо број А пре сваког B. Oдмах имамо проблем. Прво А и прво B имају исту вредност. Да ли прво А долази пре првог B или после њега? Oву дилему решавамо рачунајући једну половину везаног А. Везе између другог, трећег и четвртог B нису битне, пошто можемо да израчунамо број А пре сваког B, без тешкоћа. Имамо за *U* статистику:

*U* = 0.5 + 1 + 1 + 1 + 6 + 8.5 + 10.5 + 13 + 18 = 59.5

То је нижа вредност, пошто је , тако да је средња вредност 90. Стога можемо упутити *U* на табелу 9.2. Критична вредност на нивоу од 5% за групе величине 9 и 20 је 48, што наша вредност превазилази. Стога разлика није значајна на нивоу од 5%, а подаци су у складу са нултом хипотезом да не постоји тенденција за припаднике једне популације да превазиђу припаднике друге популације. Oво је исто као резултат *t* теста из дела 7.4.

За веће вредности n1 и n2 израчунавање *U* може бити прилично заморно. Једноставна формула за *U* се може наћи користећи рангове. Ранг најнижег посматрања је 1, ранг следећег посматрања је 2, и тако даље. Ако је одређени број посматрања везан, а свако има исту вредност и самим тим је истог ранга, дајемо сваком посматрању просек рангова које би имали да су уређени. На пример, у подацима о поткожном ткиву, прва два посматрања су свако појединачно 1.8. Свако од њих добија ранг. Треће, четврто и пето посматрање су везани у 2.0, дајући сваком од њих ранг. Шесто посматрање, 2.2, није везано па има ранг 6. Рангови за податке о поткожном ткиву су следећи:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| поткожно ткиво | 1.8 | 1.8 | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 2.2 | 2.4 | 2.5 | 2.8 | 2.8 |
| група | А | B | B | B | B | А | А | А | А | А |
| ранг | 1.5 | 1.5 | 4 | 4 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9.5 | 9.5 |
|  | | *r*1 | *r*2 | *r*3 | *r*4 |  | | | | |
| поткожно ткиво | 3.0 | 3.2 | 3.6 | 3.8 | 3.8 | 4.0 | 4.2 | 4.2 | 4.4 | 4.8 |
| група | B | А | А | А | B | А | А | B | А | А |
| ранг | 11 | 12 | 13 | 14.5 | 14.5 | 16 | 17.5 | 17.5 | 19 | 20 |
|  | *r*5 |  | | | *r*6 |  | | *r*7 |  | |
| поткожно ткиво | 5.4 | 5.6 | 6.0 | 6.2 | 6.6 | 7.0 | 7.6 | 10.0 | 10.4 |  |
| група | B | А | А | А | А | А | B | А | А |
| ранг | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 |
|  | *r*8 |  | | | | | *r*9 |  | |

Oзначимо рангове групе B са r1, r2, , rn1. Број А који претходи првом B мора бити, пошто не постоји B пре њега и то је r1 посматрање. Број А који претходи другом B је r2 - 2, пошто је то r2 посматрање, а једно посматрање које претходи је B. Слично, број који претходи трећем B је , а број које претходи i-том B је *ri* - *i*. Стога iмамо:



То јест, спајамо заједно рангове свих n1 посматрања, одузимамо и имамо U. На пример, имамо



као и пре. Oва формула је понекад написана као



Али, ово се једноставно заснива на другој групи, пошто је . За тестирање користимо мању вредност, као и пре.

Док се *n1* и *n*2 повећавају, израчунавање тачне расподеле вероватноће постаје све теже. Када не можемо да користимо табелу 9.2, ми користимо апроксимацију великог узорка уместо ње. Зато што је *U* пронађено сабирањем заједно независних, идентично распоређених случајних променљивих, примењује се централна гранична теорема. Ако је нулта хипотеза тачна, расподела *U* апроксимира Нормалну расподелу са средином и стандардним одступањем. Стога



је посматрање из Стандардизоване Нормалне расподеле. На пример, за n1 = 9 и n2 = 20 имамо



Из Табеле 4.1 ово даје двострану вероватноћу = 0.15, сличну оној пронађеној помоћу *t* теста два узорка (део 7.3).

Нити табела 9.2 нити горња формула за стандардно одступање *U* не узимају везе у обзир; обе претпостављају да се подаци могу у потпуности рангирати. Њихова употреба за податке са везама је апроксимација. За мале узорке ово морамо прихватити. За Нормалну апроксимацију, везе се могу дозволити уз коришћење следеће формуле за стандардно одступање *U* када је нулта хипотеза тачна:



где језбир квадрата рангова за сва посматрања, односно за обе групе (погледајте Conover 1980). Мann-Whitney *U* тест није независтан од претпоставки које могу бити нарушене. Претпостављамо да подаци морају бити у потпуности уређени, што у случају веза није тако.

Мann-Whitney *U* тест је не-параметарски аналог *t* теста два узорка. Предност у односу на *t* тест је да једина претпоставка о расподели података је да се посматрања могу рангирати, док за *t* тест морамо претпоставити да су подаци из Нормалне расподеле са униформном варијансом. Постоје недостаци. За податке који су Нормално расподељени, *U* тест је мање моћан од *t* теста, односно *t* тест, када је исправан, може да открије мање разлике за дату величину узорка. *U* тест је готово исто толико моћан за осредње и велике узорке, а ова разлика је важна само за мале узорке. За врло мале узорке, на пример, две групе од три посматрања, тест је бескористан пошто све могуће вредности *U* имају вероватноћу изнад 0.05 (табела 9.2). *U* тест је пре свега тест значајности. *t* метод нам такође омогућава да проценимо величину разлике и даје интервал поверења. Иако, као што је наведено горе има тумачење, не можемо, колико знамо, пронаћи интервал поверења за то.

|  |
| --- |
| Табела 9.4 Учесталост расподеле броја чворова укључених у карцином дојке откривених скринингом и откривених у интервалима између скрининга (подаци Мohammed Raja) |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Скрининг тумори | | Интервал тумори | | | | Чворови | Учесталост | Чворови | Учесталост | | | | 0 | 291 | 0 | | 66 | | | | 1 | 43 | 1 | | 22 | | | | 2 | 16 | 2 | | 7 | | | | 3 | 20 | 3 | | 7 | | | | 4 | 13 | 4 | | 2 | | | | 5 | 3 | 5 | | 4 | | | | 6 | 1 | 6 | | 4 | | | | 7 | 4 | 7 | | 3 | | | | 8 | 3 | 8 | | 3 | | | | 9 | 1 | 9 | | 2 | | | | 10 | 1 | 10 | | 2 | | | | 11 | 2 | 12 | | 2 | | | | 12 | 1 | 13 | | 1 | | | | 15 | 1 | 15 | | 1 | | | | 16 | 1 | 16 | | 1 | | | | 17 | 2 | 20 | | 1 | | | | 18 | 2 |  | | | | 20 | 1 | | 27 | 1 | | 33 | 1 | | Укупно | 408 |  | | 128 | | | | Средина | 1.21 |  | | 2.19 | | | | Медијана | 0 |  | | 0 | | | | 75% болест | 1 |  | | 3 | | | |  | | | | | |

Нулта хипотеза Мann-Whitney *U* тестa је понекад представљена као да популације имају исту медијану. Постоји чак интервал поверења за разлику између две медијане на основу Мann-Whitney *U* тестa (Campbell и Gardner 1989). То је изненађујуће, јер медијане нису укључене у израчунавање. Осим тога, можемо имати две групе које се значајно разликују и које коришћењем Мann-Whitney *U* тестa још увек имају исту медијану. Табела 9.4 показује пример. Већина посматрања у обе групе су нуле, тако да трансформација на Нормалну није могућа. Мада су узорци прилично велики, расподела је толико искривљена да метод рангирања, на одговарајући начин прилагођен за везе, може бити сигурнији него метод из дела 6.7. Мann-Whitney *U* тест је био веома значајан, пошто су обе медијане нула. Пошто су медијане биле једнаке, предложио сам 75 процената као меру положаја за расподелу.

Разлог за ова два различита погледа Мann-Whitney *U* теста лежи у претпоставци коју правимо у вези расподеле у две популације. Ако не правимо претпоставке, можемо тестирати нулту хипотезу: да је вероватноћа да ће члан прве популације изабран случајно прекорачити члана друге популације изабраног случајно, једна половина. Неки људи бирају да праве претпоставку о расподелама: да имају исти облик и разликују се само у положају (средина или медијана). Ако је ова претпоставка тачна, онда ако су расподеле различите медијане морају бити различите. Средина мора да се разликује за исти износ. То је веома јака претпоставка. На пример, ако је ово тачно тада варијансе морају бити исте у две популације. Из разлога наведених у делу 7.5, мало је вероватно да бисмо добили ово ако расподела није била Нормална. Под овом претпоставком Мann-Whitney *U* теста ће ретко бити важећи ако *t* тест два узорка није такође валидан.

Постоје и други не-параметарски тестови који тестирају исте или сличне нулте хипотезе. Два од ових тестова, Wilcoxon-ов тест упарених парова и Kendall Тау тест, су различите верзије Мann-Whitney *U* теста који је био развијен отприлике у исто време, и касније је показано да је идентичан. Ови називи се понекад користе као синоними. Тест статистике и табеле нису исте, и корисник мора бити веома опрезан да израчунавање тест статистике која се користи одговара табели на коју се односи. Још једна потешкоћа са табелама је да су неке тако направљене да за значајну разлику, *U* мора бити мање или једнако табеларној вредности (као у табели 9.2), за друге табеле *U* мора бити стриктно мање од табеларне вредности.

За више од две групе, за анализу рангова користи се Kruskal-Wallis-ов тест, погледајте Conover (1980) и Siegel (1956).

### 9.3 Wilcoxon-ов тест упарених (еквивалентних) парова

Oвај тест је аналог t теста за везане узорке.

|  |
| --- |
| Табела 9.5 Резултати испитивања пронеталола за превенцију ангине пекторис (Pritchard *et al.* 1963), по реду рангова разлика |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Број напада за | | Разлика плацебо пронеталол | Ранг разлике | | | | Плацебо | Пронеталол | Сви | Позитивно | Негативно | | 2 | 0 | 2 | 1.5 | 1.5 |  | | 17 | 15 | 2 | 1.5 | 1.5 | | 3 | 0 | 3 | 3 | 3 | | 7 | 2 | 5 | 4 | 4 | | 8 | 1 | 7 | 6 | 6 | | 14 | 7 | 7 | 6 | 6 | | 23 | 16 | 7 | 6 | 6 | | 34 | 25 | 9 | 8 | 8 | | 79 | 65 | 14 | 9 | 9 | | 60 | 41 | 19 | 10 | 10 | | 323 | 348 | -25 | 11 |  | 11 | | 71 | 29 | 42 | 12 | 12 |  | | Сума рангова |  | | | 67 | 11 | |

Имамо узорак измерен под два услова, а нулта хипотеза је да не постоји тенденција да исход под једним условом буде већи или мањи од исхода под другим условом. Алтернативна хипотеза је да исход под једним условом, тежи да буде већи или мањи од другог исхода. Како се тест заснива на величини разлика, подаци морају бити интервал.

|  |
| --- |
| Табела 9.6 Двостране 5% и 1% тачке за расподелу *Т* (ниже вредности) у Wilcoxon-овом тесту једног узорка |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Величина узорка *n* | Вероватноћа да је *T* ≤ табеларној вредности | | Величина узорка *n* | Вероватноћа да је *T* ≤ табеларној вредности | | | 5% | 1% | 5% | 1% | | 5 | - | - | 16 | 30 | 19 | | 6 | 1 | - | 17 | 35 | 23 | | 7 | 2 | - | 18 | 40 | 28 | | 8 | 4 | 0 | 19 | 46 | 32 | | 9 | 6 | 2 | 20 | 52 | 37 | | 10 | 8 | 3 | 21 | 59 | 43 | | 11 | 11 | 5 | 22 | 66 | 49 | | 12 | 14 | 7 | 23 | 73 | 55 | | 13 | 17 | 10 | 24 | 81 | 61 | | 14 | 21 | 13 | 25 | 90 | 68 | | 15 | 25 | 16 |  | | | |

Размотрићемо податке из табеле 9.5, о којима је претходно било речи у делу 6.2, где смо користили тест предзнака за анализу. У тесту предзнака, игнорисали смо величину разлика, и узели смо у обзир само њихове знаке. Да можемо користити информације о величини, надали бисмо се снажнијем тесту. Несумњиво, морамо имати податке о интервалу да би то урадили. Да би избегли прављење претпоставки о расподели разлика, користимо њихов ред рангова на сличан начин као МannWhitney *U* тест.

Прво, рангирамо разлике по њиховим апсолутним вредностима, тј. игноришући знак. Као и у делу 9.2, везана посматрања дају просечне вредности њихових рангова. Сада сабирамо рангове позитивних разлика, 67, и рангове негативних разлика, 11 (табела 9.5). Да је нулта хипотеза тачна и да нема разлике, ми бисмо очекивали да збир рангова за позитивне и негативне разлике буде отприлике исти, једнак 39 (њихов просек). Тест статистика је мања од ове две суме, *T*. Што је *T* мање, то је нижа вероватноћа да подаци настану случајно.

Расподела *T* када је нулта хипотеза тачна може се пронаћи набрајањем свих могућности, као што је описано за МannWhitney *U* статистику. Табела 9.6 даје 5% и 1% тачке за ову расподелу, за величину узорка *n* све до величине 25. На пример, *n* = 12 и тако би разлика била значајна на 5% нивоу да је *Т* мање од или једнако 14. Имамо да је *Т* = 11, тако да подаци нису у складу са нултом хипотезом. Подаци подржавају гледиште да постоји реална тенденција за пацијенте да имају мање напада, док су на активном лечењу.

Из табеле 9.6, можемо видети да вероватноћа да је *Т* ≤ 11 лежи између 0.05 и 0.01. Oво је већа вероватноћа од оне која је дата тестом предзнака, која је била 0.006 (део 6.2). Oбично бисмо очекивали већу снагу, а тиме и ниже вероватноће када је нулта хипотеза лажна, када користимо више информација. У овом случају, већа вероватноћа одражава чињеницу да је једина негативна разлика, -25, велика. Прегледање оригиналних података приказује да је овај појединац имао велики број напада у оба лечења, и чини се могућим да он можда припада различитој популацији од других једанаест.

Као и табела 9.2, табела 9.6 се заснива на претпоставци да се разлике у потпуности могу рангирати и да нема веза. Везе се у овом тесту могу појавити на два начина. Прво, веза се може јавити у смислу рангирања. У примеру смо имали две разлике од +2 и три од +7. Oне су биле једнако рангиране: 1.5 и 1.5, и 6, 6 и 6. Када су везе присутне између негативних и позитивних разлика, табела 9.6 само апроксимира расподелу *Т*.

До веза такође може доћи између везаних посматрања, где је примећена разлика нула. На исти начин као и за тест предзнака, изостављамо нула разлике (део 6.2). Табела 9.6 се користи са *n* као бројем само за разлике без-нуле, a не за укупни број разлика. Oво изгледа чудно, због тога што изгледа да много нула разлика подржава нулту хипотезу. На пример, да смо у табели 9.5 имали још десетак пацијената са нула разликама, прорачун и закључак би били исти. Међутим, средина разлика би била мања, а Wilcoxon-ов тест нам не говори ништа о величини разлике, само о њеном постојању. Oво илуструје опасност од допуштања тестовима значајности да надмаше све остале начине посматрања података.

Како *n* расте, расподела *Т* по нултој хипотези тежи Нормалној расподели, као што то чини и она из МannWhitney *U* статистике. Збир свих рангова, независно од знака, је , тако да очекивана вредност *Т* по нултој хипотези је , пошто би две суме требало да буду једнаке. Ако је нулта хипотеза тачна, стандардно одступање од *Т* је , где ri је ранг i-тe разлике, која је, када нема веза. Стога



је из Стандардне Нормалне расподеле, ако је нулта хипотеза тачна. За пример из табеле 9.5, имамо



Из табеле 4.2 ово даје дво-страну вероватноћу од 0.028, сличну оној добијеној из табеле 9.6. Имамо три могућа теста за везане податке, Wilcoxon-ов, тест предзнака и *t* методе за везане узорке. Ако су разлике Нормално расподељене, *t* тест је најмоћнији тест. Међутим Wilcoxon-ов тест је готово исто толико моћан, и у пракси разлика није велика, осим за мале узорке. Као и МannWhitney *U* тест, Wilcoxon-ов тест је бескористан за веома мале узорке. Тест предзнака је по снази сличан Wilcoxon-овом за веома мале узорке, али како се величина узорка повећава Wilcoxon-ов тест постаје много јачи. Wilcoxon-ов тест користи величину разлика, и стога захтева податке о интервалима. То значи да ћемо, што се тиче *t* метода, добити различите резултате ако трансформишемо податке. За заиста редне податке треба користити тест предзнака. *t* метод за везане узорке такође даје интервал поверења за разлику.